平成２７年度大阪府公立高校入学試験後期

数学(選択問題 B)　解説

注意：数学は自由です。これ以外にも様々な解き方がありえます。
この問題をまだ解いていない中学生は、一度は解いてから解説を読むことをお勧めします。

1　次の問いに答えなさい。

(4)　連続する五つの自然数の和が 2015 になるとき，この五つの自然数のうちの最大の自然数を求めなさい。

真ん中の自然数をnとする。

$(n-2)+(n-1)+n+(n+1)+(n+2)=2015$

$5n=2015$

$n=403$

最大の自然数 $n+2=\underline{405}$

(5)　アルファベットの書いてある６枚のカード [A]，[B]，[C]，[D]，[E]，[F] が，右図のように，左から右へとアルファベット順に横１列に並んでいる。

[A] [B] [C] [D] [E] [F]

大小二つのさいころを同時に投げ，大きいさいころの出る目の数を a，小さいさいころの出る目の数を b とする。a と b とが異なる場合は，左から a 番目のカードと左から b 番目のカードとを交換し，a と b とが等しい場合は，カードを交換しないことにする。大小二つのさいころを同時に投げるとき，カード [C] がカード [D] より右側になる確率はいくらですか。1から6までの どの目が出ることも同様に確からしいものとして答えなさい。

少なくともC(3番目)とD(4番目)のどちらかが入れ替わらなければいけません。

○Cのみ　C(3)⟷E(5)，C(3)⟷F(6)

○Dのみ　A(1)⟷D(4)，B(2)⟷D(4)，

○CとD両方　C(3)⟷D(4)

b＼a	1	2	3	4	5	6
1				○		
2				○		
3				○	○	○
4	○	○	○			
5			○			
6			○			

$\frac{10}{36}=\underline{\frac{5}{18}}$

(6)　生徒 25 人が ある期間に図書室から本を借りた。右の表は，本を借りた生徒の人数を 冊数別にまとめたものである。借りた本の冊数の平均値，中央値をもとに，a，b，c，d を次のように定める。

a ……借りた本の冊数が平均値より大きい生徒の人数

b ……借りた本の冊数が平均値より小さい生徒の人数

c ……借りた本の冊数が中央値より大きい生徒の人数

d ……借りた本の冊数が中央値より小さい生徒の人数

次のア～エの式のうち，正しいものを一つ選び，記号を○で囲みなさい。

ア　$a=b$　　イ　$a=c$　　ウ　$b=d$　　エ　$c=d$

借りた本の冊数（冊）	生徒の人数（人）
7	5
6	3
5	2
4	3
3	4
2	2
1	6
合計	25

借りられた総冊数は $7\times5+6\times3+5\times2+4\times3+3\times4+2\times2+1\times6$

$=35+18+10+12+12+4+6$

$=97$

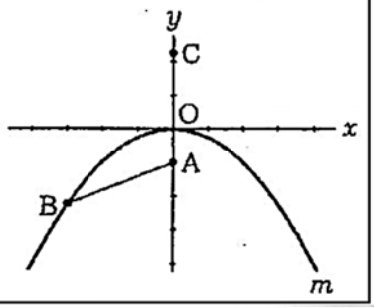
平均値は $97\div25=3.88$ 冊.

中央値は13人目の4冊

$a=13$，$b=12$，$c=10$，$d=12$

よって $b=d$　　ウ

(7) 右図において，m は $y=-\frac{1}{4}x^2$ のグラフを表す。A は y 軸上の点であり，A の y 座標は -1 である。B は m 上の点であり，B の x 座標は -3 である。A と B とを結ぶ。C は y 軸上の点であり，C の y 座標は A の y 座標より大きく，CA = BA である。このとき，C の y 座標を求めなさい。求め方も書くこと。ただし，x 軸の1目もりの長さと y 軸の1目もりの長さとは等しいものとする。



Bの座標は $(-3, -\frac{9}{4})$

三平方の定理より $AB=\sqrt{(-3)^2+\{-\frac{9}{4}-(-1)\}^2}$

$=\sqrt{9+\frac{25}{16}}$

$=\sqrt{\frac{169}{16}}$

$=\frac{13}{4}$

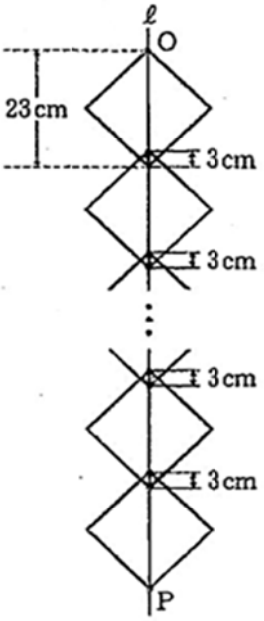
Cのy座標は $(-1)+\frac{13}{4}=\frac{9}{4}$

2 Tさんは，右の写真のような正方形の紙を下にずらしながらはってできる飾りを作るため，図Ⅰ，図Ⅱのような模式図をかいて考えてみた。

図Ⅰ，図Ⅱにおいて，O，P は直線 ℓ 上の点であり，上下2枚の紙が重なり合う部分はすべて正方形の形をしている。

次の問いに答えなさい。

図Ⅰ
紙Aを用いた飾り



(1) 紙Aは対角線の長さが 23 cm である正方形の紙であり，図Ⅰは紙Aを用いた飾りを表す模式図である。

図Ⅰにおいて，「紙を表す正方形の対角線の長さ」はすべて 23 cm であり，「上下2枚の紙が重なり合う部分を表す正方形の対角線の長さ」はすべて 3 cm である。「はる紙の枚数」が x のときの「線分 OP の長さ」を y cm とし，「はる紙の枚数」が1増えるごとに「線分 OP の長さ」は 20 cm ずつ長くなるものとする。また，$x=1$ のとき，$y=23$ であるとする。

① 次の表は，x と y との関係を示した表の一部である。表中の(ア)，(イ)に当てはまる数をそれぞれ書きなさい。

x	1	2	・・・	5	・・・	9	・・・
y	23	43	・・・	(ア)	・・・	(イ)	・・・

② x を自然数として，y を x の式で表しなさい。

③ $y=363$ であるときの x の値を求めなさい。

(1) xが1増えるとyが20増える。

$y=20x+k$ とおける。

$x=1$ のとき $y=23$ から $k=3$

② $y=20x+3$

①. (ア) $x=5$ のとき $y=103$ (ア)，$x=9$ のとき $y=183$ (イ)

③ $y=363$ のとき $363=20x+3$

$360=20x$

$x=18$

(2) Tさんは，大きさが異なる2種類の正方形の紙 紙A，紙B をそれぞれ用いて，2種類の飾りを作ろうと考えた。

図Ⅱにおける 紙Aを用いた飾り，紙Bを用いた飾り それぞれについて，「紙を表す正方形の対角線の長さ」「上下2枚の紙が重なり合う部分を表す正方形の対角線の長さ」「はる紙の枚数」は，それぞれ下の表のとおりとする。

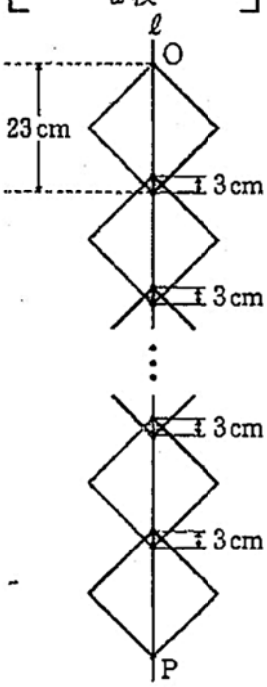
	紙を表す正方形の対角線の長さ (cm)	上下2枚の紙が重なり合う部分を表す正方形の対角線の長さ (cm)	はる紙の枚数 (枚)
紙Aを用いた飾り	23	3	a
紙Bを用いた飾り	32	b	34

表中の a は34より大きい自然数であり，b は32より小さい自然数である。図Ⅱ中のQ，Rは直線 m 上の点である。

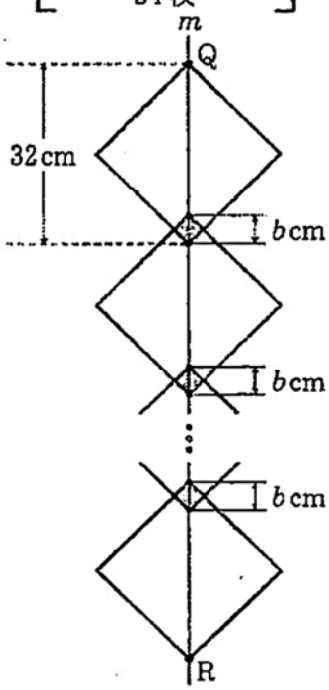
OP＝QR であるときの a，b の値をそれぞれ求めよ。

図Ⅱ

紙Aを用いた飾り



紙Bを用いた飾り



まず(1)より

$OP = 20a + 3$

紙Bについても紙Aと同様に考えて

xが1増えるとyは$32-b$増えるから

$y = (32-b)x + \ell$

$x=1$のとき$y=32$より　よって $y=(32-b)x+b$ であり

$32 = 32 - b + \ell$　　$QR = (32-b)\times 34 + b$

$b = \ell$　　$= 1088 - 33b$

$OP = QR$より　$20a + 3 = 1088 - 33b$

$20a = 1085 - 33b$

左辺の一の位は0だから右辺の$33b$の

一の位は5であり，bの一の位は5，

bは32より小さい自然数だから，候補は5, 15, 25

$b=5$のとき　$20a = 1085 - 33\times 5$

$20a = 920$

$a = 46$

$b=15$のとき　$20a = 1085 - 33\times 15$

$20a = 1085 - 495$

$20a = 590$

$a = 29.5$

$b=25$のとき　$20a = 1085 - 33\times 25$

$20a = 1085 - 825$

$20a = 260$

$a = 13$

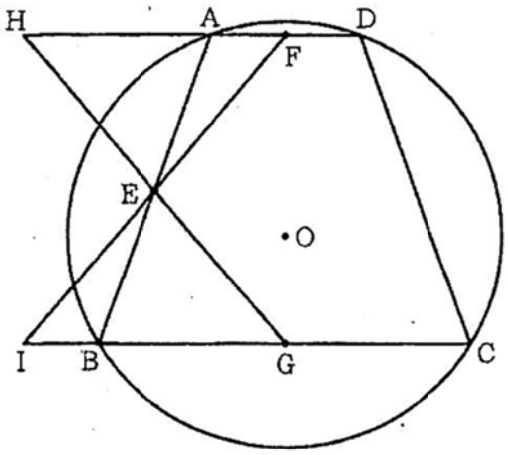
この中で，aが34より大きい自然数になるのは

$(a, b) = (46, 5)$

3 図Ⅰ，図Ⅱにおいて，A，B，C，Dは，円Oの周上の異なる4点であり，この順に左回りに並んでいる。四角形ABCDは，AD∥BC，AD＝2cmの台形である。E，F，Gは，それぞれ辺AB，AD，BCの中点である。EとF，EとGとをそれぞれ結ぶ。Hは直線ADと直線EGとの交点であり，Iは直線BCと直線EFとの交点である。BC＝x cmとする。

次の問いに答えなさい。答えが根号をふくむ数になる場合は，根号の中をできるだけ小さい自然数にすること。

図Ⅰ



(1) 線分HDの長さをxを用いて表しなさい。

これは簡単ですね。

△EAF＝△EBI　より(EA=EB、∠AEF＝∠BEI、∠FAE＝∠IBE(AD∥BCで錯角は等しい))

$$HA = \frac{x}{2}, \quad HD = \frac{x}{2} + 2\,(\mathrm{cm})$$

(2) EI＝EGであることを証明しなさい。

中点連結定理と円周角の定理を使う良問です。

とりあえず大阪府教育委員会による正解の方向性はこちらです。

∠BIE＝∠EFA(AD∥IC，錯角)　…①

∠EFA＝∠BDA(E,Fが AB,ADの中点だからEF∥BD，同位角)

∠BGA＝∠BGE(E,Gが BA,BCの中点だから EG∥FC，同位角)

上の2式において∠BDA＝∠BCA(円周角の定理)より

∠EFA＝∠BGE　…②

①,②より∠BIE＝∠BGEだから

EI＝EG

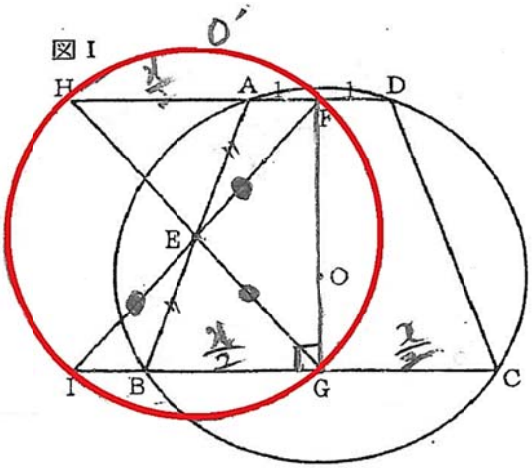
次に、近年頻出の円周角の定理の逆を使えないかと考えて、別のアプローチを考えて見ます。

∠EIG＝∠EFAなので、あとは∠EFA＝∠EGBが言えればよいのです。

そこで、この2つが円周角になるような円を考えてみます。

<u>しかし、H,I,G,Fの4点が同一円周上にあることは示されていない</u>ので注意が必要です。

そこで単純に、△FIGの外接円として考えてみると(円がHを通るかは問いません)、Eがこの円の中心となるので解決します。



(略証)四角形ABCDの対称性から，FGをつなぐと

(∠HFG＝)∠IGF＝90°となるので

△FIGは線分FIを直径とする円O′に内接し，

△EFA≡△EIB(証明略)よりEF＝EIだから

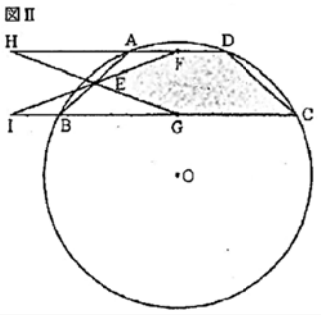
Eは円O′の中心である。

よって半径は等しいから EI＝EG

(3) 図Ⅱは，$x = 5$ であって点Oが台形ABCDの外部にあるときの状態を示している。

図Ⅱにおいて，AB = AD である。このとき，五角形FEGCDの面積を求めなさい。

図Ⅱ



(2)の証明にくらべたらシンプルな問題です。

Aから IC に垂線を引き，ICとの交点をJとする。

$AF = JG = 1$ より $BJ = \frac{3}{2}$

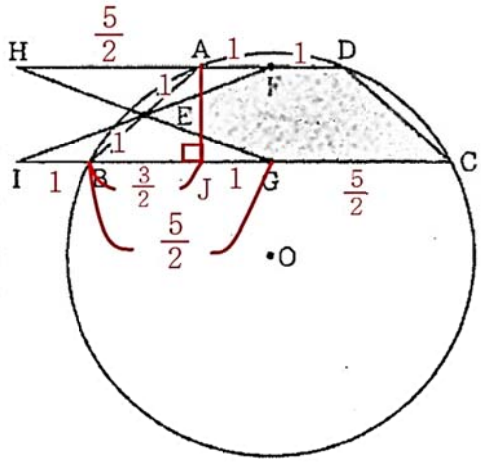
△ABJで三平方の定理より，$AJ = \sqrt{2^2 - \left(\frac{3}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{7}}{2}$

(五角形FEGCD) = (台形ABCD) − △AEF − △EBG

$= (2+5) \times \frac{\sqrt{7}}{2} \times \frac{1}{2} - 1 \times \frac{\sqrt{7}}{4} \times \frac{1}{2} - \frac{5}{2} \times \frac{\sqrt{7}}{4} \times \frac{1}{2}$

$= \frac{7\sqrt{7}}{4} - \frac{\sqrt{7}}{8} - \frac{5\sqrt{7}}{16}$

$= \frac{21\sqrt{7}}{16}$



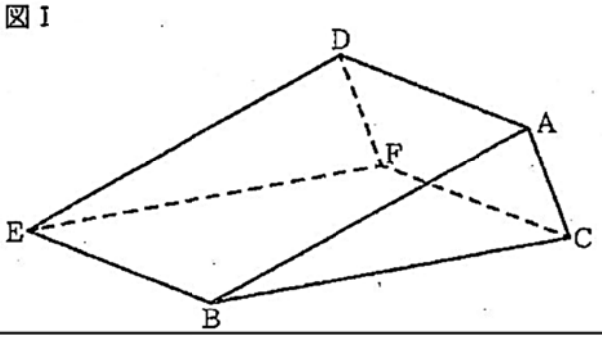
4 図Ⅰ～図Ⅲにおいて，立体ABC－DEFは三角柱である。△ABCと△DEFは合同な二等辺三角形であり，BA = BC = 6 cm，AC = 2 cm である。四角形DEBA，DFCA，FEBCは長方形である。BE = x cm とする。

次の問いに答えなさい。答えが根号をふくむ数になる場合は，根号の中をできるだけ小さい自然数にすること。

(1) 図Ⅰにおいて，次のア～オのうち，辺ABとねじれの位置にある辺はどれですか。すべて選び，記号を○で囲みなさい。

ア　辺AC	イ　辺BE	ウ　辺CF
エ　辺DE	オ　辺EF	

図Ⅰ



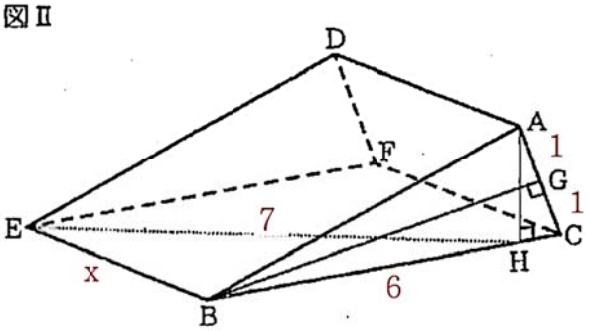
辺ABと交わらず，平行でもないのは，

辺FC，辺DF，辺EFです。

ウ，キ

(2) 図Ⅱにおいて，Gは，辺ACの中点である。BとGとを結ぶ。このとき，BG ⊥ ACである。Hは，Aから辺BCにひいた垂線と辺BCとの交点である。このとき，△ACH ∽ △BCGである。EとHとを結ぶ。EH = 7 cmであるときの x の値を求めなさい。求め方も書くこと。

図Ⅱ



CHを求めればいいです。

△ACH ∽ △BCGより

AC : BC = CH : CGであり

2 : 6 = CH : 1

$CH = \frac{1}{3}$

よって $BH = 6 - \frac{1}{3} = \frac{17}{3}$

△HEBで三平方の定理より

$x = \sqrt{7^2 - (\frac{17}{3})^2}$

$= \sqrt{\frac{152}{9}}$

$= \frac{2\sqrt{38}}{3}$

(3) 図Ⅲは，図Ⅱにおいて $x = 2$ であるときの状態を示している。

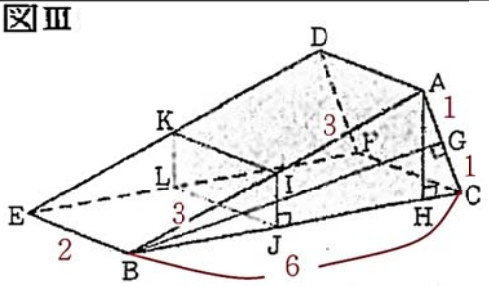
図Ⅲにおいて，Iは，辺AB上にあってA，Bと異なる点である。Jは，Iから辺BCにひいた垂線と辺BCとの交点である。Kは，Iを通り辺BEに平行な直線と辺DEとの交点である。Lは，Jを通り辺BEに平行な直線と辺EFとの交点である。このとき，立体IBJ－KELは三角柱である。

BI = 3 cmであるとき，

① 線分IJの長さを求めなさい。

② 立体AIJC－DKLFの体積を求めなさい。

図Ⅲ



$BG = \sqrt{6^2 - 1^2} = \sqrt{35}$

AH : BG = 2 : 6

$AH = \frac{1}{3}BG = \frac{\sqrt{35}}{3}$

AH // IJ, BI : BA = 1 : 2より

$IJ = \frac{1}{2}AH = \frac{\sqrt{35}}{6}$ (cm)

単なる四角柱の体積です。

$BJ = \frac{1}{2}BH = \frac{17}{6}$

(四角形IJCA) = △BCA − △BIJ

$= 2 \times \sqrt{35} \times \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{35}}{6} \times \frac{17}{6} \times \frac{1}{2}$

$= \sqrt{35} - \frac{17}{72}\sqrt{35}$

$= \frac{55}{72}\sqrt{35}$ (cm²)

よって求める体積は

$\frac{55}{72}\sqrt{35} \times \underset{\uparrow \atop EB}{2} = \frac{55}{36}\sqrt{35}$ (cm³)

【解いてみた感想】

平面図形・空間図形が約45%と例年通りに図形が中心でした。昨年度とは異なり、難度は普通～やや低めで取り組みやすかったと思います。差がつくのは3(2)の証明ですが、仮にここは落としても、あまり時間を使いすぎず、やや易しい3(3)の面積や4の空間図形が確実に取れれば問題ないでしょう。1では久しぶりに、メジアンや平均値が問われました。難問ではありませんが、忘れずに対策をしておく必要があります。2の関数も平均的なレベルです。

全体としては、本年度は前後期とも比較的穏やかなセットでした。ということは、上位校以外では差が付きやすいと言えると思います。確実な基礎力が必要です。やはり今後も平面図形の証明・空間図形の把握を中心に、関数、確率など頻出分野に苦手を残さないようにすることが肝要です。感想でした。